



مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان دانش پژوهان جوان  
دبیرستان علامه علی ۵ تهران

به نام خدا

## آزمون پایان ترم نیم سال اول - پایه نهم

نام و نام خانوادگی: مهدی زینتی

تاریخ: ۹۶/۱۰/۹

دبیر: آقای احمدی

زمان آزمون: ۱۳۵ دقیقه

نام آزمون: ریاضی نهم

تعداد صفحات: ۲ صفحه

شماره صندلی: ۵۱

کلاس: ۹۰۲

۱. حاصل هریک از عبارات های زیر را به دست آورید.

(الف)  $\frac{2^3 \times 3^{-2}}{2^{-5} \times 3^4} \times \frac{6^7}{8^5}$

(ب)  $\left(1 + \frac{2 - \sqrt{16}}{\sqrt{54} - 3}\right)^{-3}$

(ج)  $|2 - \sqrt{3}| - \sqrt{3}(|1 - \sqrt{3}|)$

(د)  $1/\sqrt{2} + 3/\sqrt{4} + 5/\sqrt{6}$

(۴ نمره)

۲. مجموعه  $X$  را در نظر بگیرید. فرض کنید  $P$  مجموعه ای ناتهی باشد که هریک از اعضای آن زیرمجموعه ای از  $X$  باشد. (برای مثال، اگر  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ ، آنگاه  $P = \{\emptyset, \{1\}, \{2, 3, 4\}\}$  مجموعه ای ناتهی است که هریک از اعضای آن زیرمجموعه ای از  $X$  هستند.) مجموعه  $P$  را یک مجموعه «حلی پنجی  $X$ » می نامیم هرگاه مجموعه  $P$  همه شرایط زیر را داشته باشد.

یک. مجموعه  $\emptyset$  عضوی از  $P$  باشد.

دو. اشتراک هر دو عضو  $P$  عضوی از  $P$  باشد.

سه. تفاضل هر دو عضو  $P$  را بتوان به صورت اجتماعی از اعضای  $P$  نوشت.

مثال ۱. اگر  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ ، آنگاه  $P = \{\emptyset, \{1\}, \{2, 3, 4\}\}$  یک مجموعه حلی پنجی  $X$  است. زیرا

یک. مجموعه  $\emptyset$  عضوی از  $P$  است.

دو. اشتراک هر دو عضو  $P$  برابر  $\emptyset$  است و  $\emptyset$  عضوی از  $P$  است.

سه. تفاضل هر دو عضو  $P$  برابر  $\emptyset$  است و  $\emptyset$  را می توان به صورت اجتماعی از اعضای  $P$  نوشت. ( $\emptyset = \emptyset \cup \emptyset$ )

مثال ۲. اگر  $X = \{1, 2, 3\}$ ، آنگاه مجموعه  $M = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{2, 3\}\}$  یک مجموعه حلی پنجی  $X$  نیست. زیرا

$$\{2, 3\} - \{2\} = \{3\}$$

و  $\{3\}$  را نمی توان به صورت اجتماعی از اعضای  $M$  نوشت؛ یعنی شرط سه برقرار نیست.

باتوجه به تعریف بالا، به پرسش های زیر پاسخ دهید.

(الف) فرض کنید  $X = \{1, 2, 3\}$ . آیا  $P = \{\emptyset, \{1, 2, 3\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}\}$  یک مجموعه حلی پنجی  $X$  است؟ چرا؟

(ب) فرض کنید  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  و  $M = \{\{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2\}, \{5, 6\}\}$ . مهدی مجموعه ای، مانند  $N$  یافته است به طوری که

$M \cup N$  یک مجموعه حلی پنجی  $X$  شده است. مجموعه  $N$  حداقل چند عضو دارد؟ چرا؟

(ج) فرض کنید  $X = \{1, 2\}$ . شش مجموعه حلی پنجی  $X$  بیابید.

(۳/۵ نمره)



۳. در پرتاب دو تاس، چقدر احتمال دارد که مجموع اعداد رو شده، عدد اول باشد؟

\_\_\_\_\_ (۱ نمره)

۴. مثلث  $ABC$  به رأس  $A$  متساوی الساقین است. خط  $l$  ضلع‌های  $AB$ ،  $BC$  و امتداد ضلع  $AC$  را به ترتیب در نقطه‌های  $E$ ،  $F$  و  $G$  قطع کرده است، به طوری که دو پاره‌خط  $EF$  و  $GF$  برابر شده‌اند. ثابت کنید دو پاره‌خط  $BE$  و  $CG$  برابرند.

\_\_\_\_\_ (۲/۵ نمره)

۵. در چهارضلعی محدب  $ABCD$ ، دو مثلث  $ABD$  و  $ADC$  هم‌نهشت‌اند. اگر نقطه  $O$  محل برخورد قطرهای چهارضلعی  $ABCD$  باشد، آیا دو مثلث  $ABO$  و  $DCO$  هم‌نهشت‌اند؟ چرا؟

\_\_\_\_\_ (۲ نمره)

۶. مهدی روی محور اعداد صحیح، نقاط  $A$  و  $B$  را به ترتیب متناظر با اعداد ۳ و صفر در نظر گرفت. او به مرکز  $A$  و شعاع  $AB$  دایره  $c_1$  را رسم کرد تا محور اعداد را در نقطه  $D$  قطع کند. (نقطه  $D$  متناظر با عدد ۶ است). سپس به مرکز  $D$  و شعاع  $DA$  دایره  $c_2$  را رسم کرد تا دایره  $c_1$  را در نقاط  $M$  و  $N$  قطع کند. در پایان، مهدی به مرکز  $B$  و شعاع  $BM$  دایره  $c_3$  را رسم کرد. دایره  $c_3$  محور اعداد را در دو نقطه قطع می‌کند؛ این دو نقطه متناظر با چه اعدادی هستند؟ چرا؟

\_\_\_\_\_ (۱/۵ نمره)

۷. اگر  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی باشند و  $\{b^2, a+1\} = \{9, -b^2\}$ ، آنگاه همه مقادیرهای ممکن برای  $a+b$  را بیابید.

\_\_\_\_\_ (۱/۵ نمره)

۸. می‌دانیم  $\sqrt{54a^3z^8}$  عددی حقیقی است. کدام عبارت درست و کدام نادرست است؟ برای عبارت درست دلیل بیاورید و برای عبارت نادرست مثالی بیاورید که درستی آن را نقض کند.

الف)  $\sqrt{54a^3z^8} = 3|a|z^4\sqrt{6a}$       ب)  $\sqrt{54a^3z^8} = 3az^4\sqrt{6a}$

\_\_\_\_\_ (۲ نمره)

۹. در یک صفحه، سه نقطه متمایز  $A$ ،  $B$  و  $C$  (که روی یک خط نیستند) را در نظر بگیرید. ابتدا به مرکز  $A$  و شعاع  $AC$  دایره‌ای رسم می‌کنیم؛ امتداد شعاع  $AC$  این دایره را در نقطه  $D$  قطع می‌کند. سپس به مرکز  $B$  و شعاع  $BD$  دایره دیگری رسم می‌کنیم تا دایره اول را در نقطه  $E$  (متمایز از  $C$  و  $D$ ) قطع کند. ثابت کنید  $AB$  و  $CE$  موازی‌اند.

\_\_\_\_\_ (۲ نمره)

مهدی جان! خوشحال باش.

