

مسئله ۹. مسافران هفتاد و شش نفر سوار

یک تاکسی شده‌اند. این ۹ مسافر در ایستگاه

پایانی به چند طریق می‌توانند از تاکسی خارج

شوند؟ (یک مسافر در صورتی می‌تواند پیاده شود

که سرش تا درب خروجی خالی باشد.)

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| ۱ | ۴ | ۷ |  |
| ۲ | ۵ | ۸ |  |
| ۳ | ۶ | ۹ |  |

درب  
خروجی

اثر نالا، تا اسی نفری، بشره که از تاکی  
خارج می شود،

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$

جایلی از اعداد ۱ تا ۹ است

در واقع تعداد جایلی حالا قابل توجه که  
بر حسب ترتیب خروج مسافری از تاکی

به دست می آیند را باید حساب کنیم.

راه حل باید مقدار حاصلی حاصل از  
اعداد ۱ تا ۹ را به دست آوریم که در شرایط  
زیر صدق می‌کند:

\* ۷ بعد از ۸ و ۸ بعد از ۹ کافی شود

\* ۴ بعد از ۵، ۵ بعد از ۴ و ۴ بعد از ۹

کافی شود

\* ۲ بعد از ۲، ۲ بعد از ۳، ۳ بعد از ۴ و ۴

بعد از ۹ کافی شود

٩
٧
٨
٥
٣
٧
٢
١
٤

١
٢
٣
٤
٥
٦
٧
٨
٩

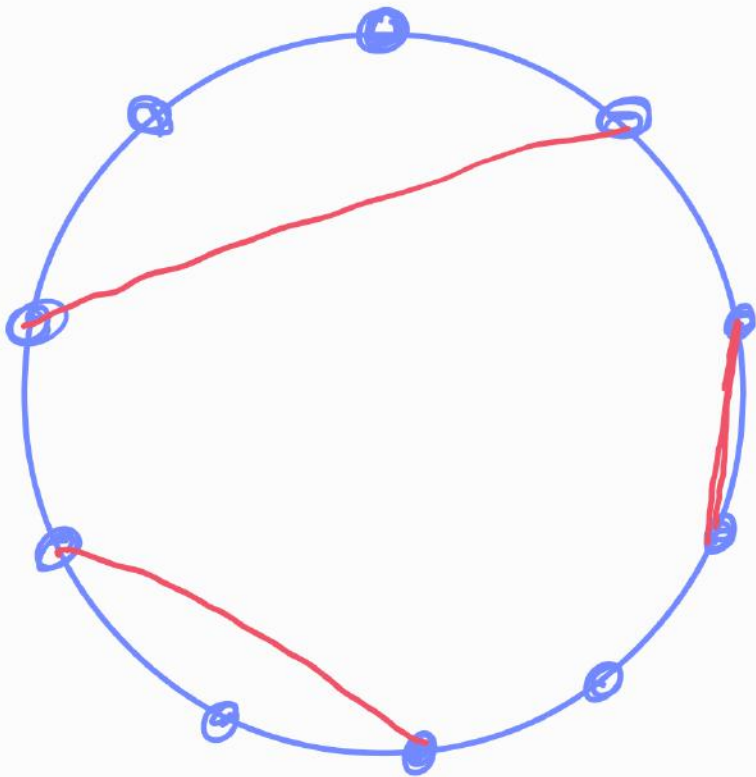
$$\frac{\text{ما فوق ٩}}{1} \times \frac{\text{ما فوق ٧, ٨}}{\binom{1}{2}} \times \frac{\text{ما فوق ٩}}{1} \times$$

$$\frac{\text{ما فوق ٤, ٥}}{\binom{5}{2}} \times \frac{\text{ما فوق ١, ٣}}{1}$$

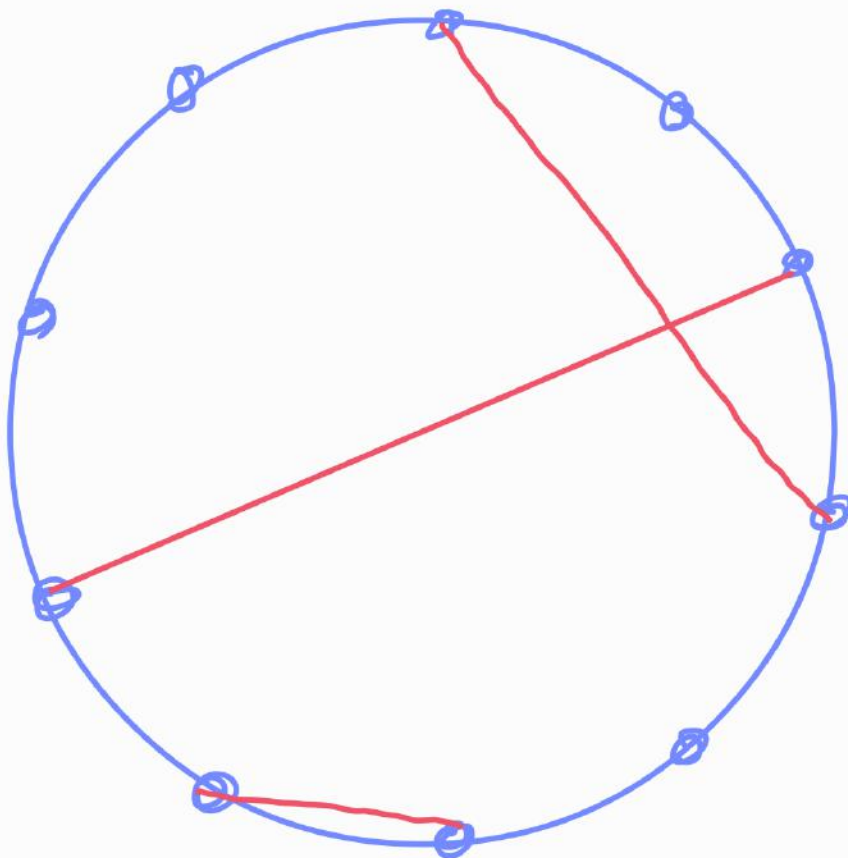
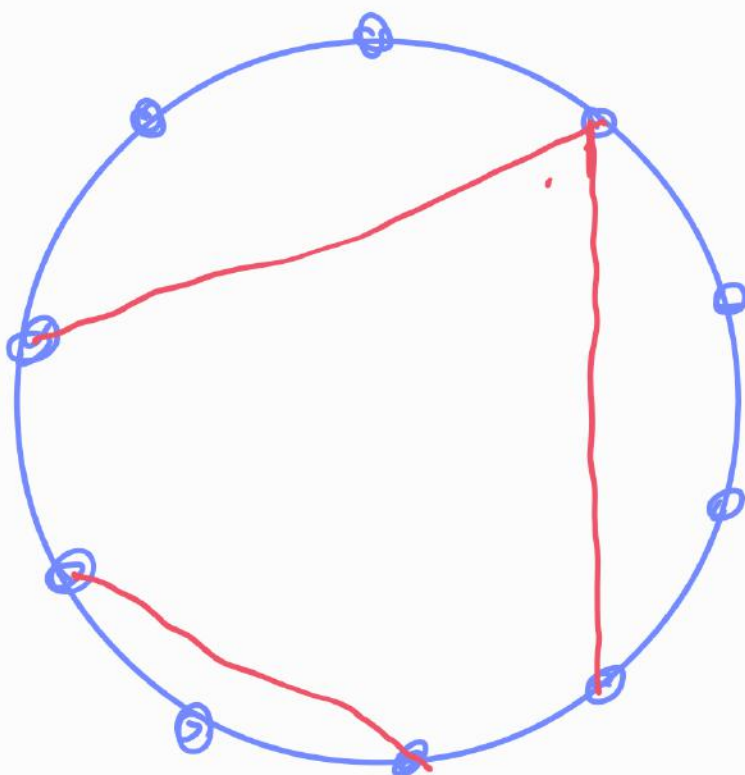
$$\text{جواب} = \binom{1}{2} \times \binom{5}{2}$$

مثله ۱۰ نقطه ردی یک دایره داده شده  
 است. به چند طریق می توان ۳ وتر رسم کرد  
 به گونه ای که هر وتر پسِ دو تا از این نقاط  
 قرار داشته باشد و در ضمن هیچ دو تا از این  
 وترها نقطه مشترکی نداشته باشند؟

مثال





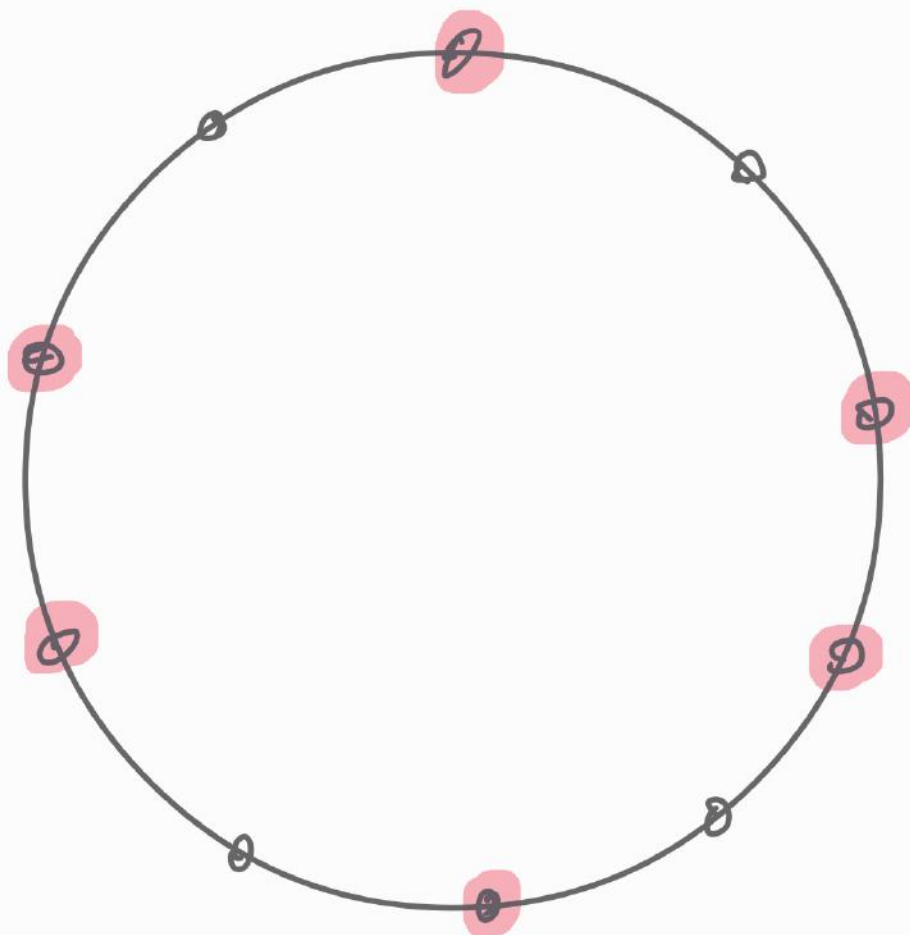


راه حل طبق شرط مسئله ۶ تا از ۱۰

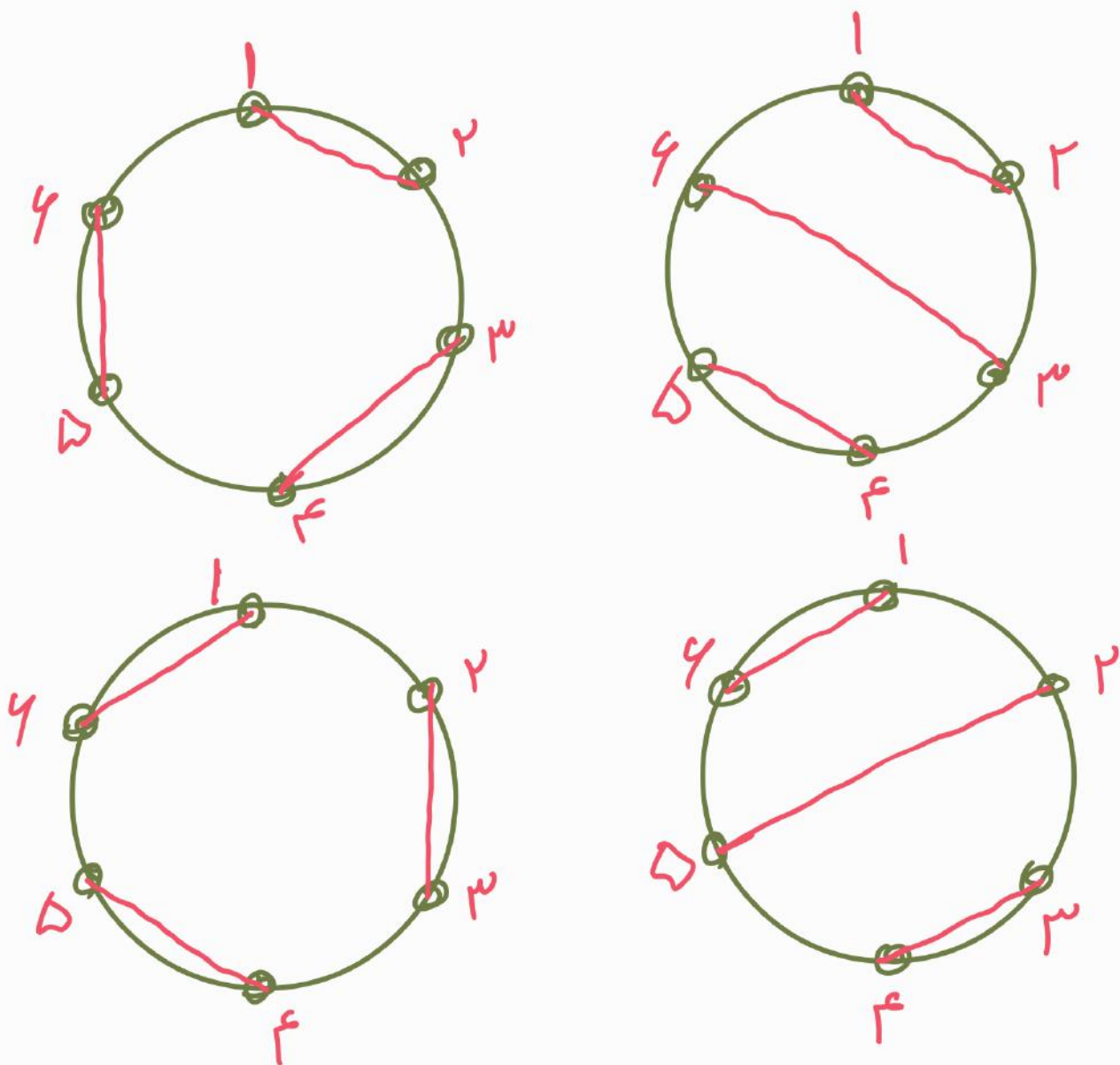
نقطه ردی وترها قرار می گیرند. ابتدا

این ۶ نقطه را مشخص می کنیم. این کار

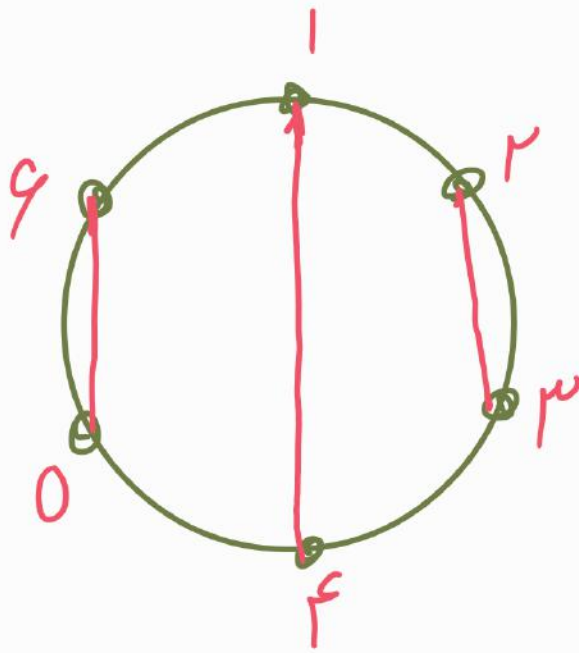
را به  $\binom{10}{6}$  طریق می توانیم انجام دهیم.



حال سے وتر راس ۶ لے کر معقل بندہ  
 چونکہ ای رسم می کنیم کہ هیچ حوتاً از وترها  
 نقطه شریکی نداشته باشند این کار  
 را به ۵ طریق می توانیم انجام دهیم.

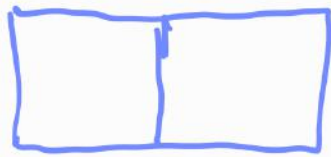






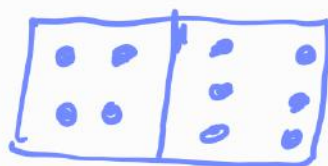
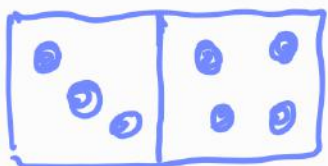
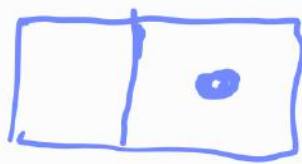
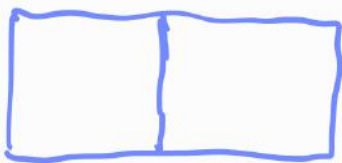
$$\text{جواب} = \binom{15}{9} \times 2$$

# بازی دومینو



دومینو: مسطی ۲×۱

مهره های بازی دومینو از همه حالت ها  
که یک دومینو می تواند داشته باشد که دو خان  
آن از ۰ تا ۶ خان داشته باشند.

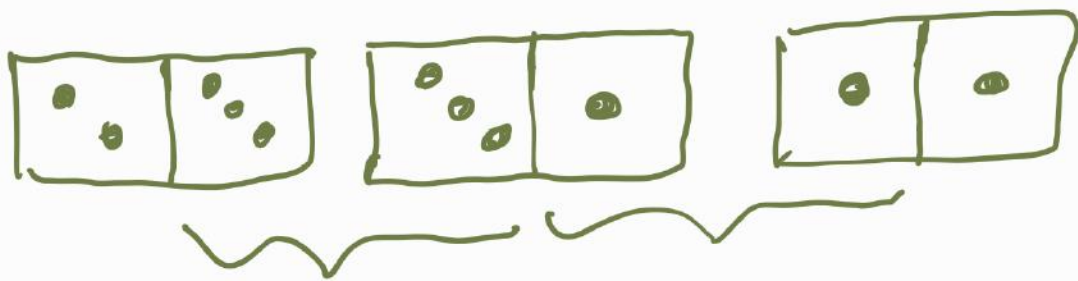


$$z \neq i \quad \begin{array}{|c|c|} \hline i & i \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline i & z \\ \hline \end{array} = 7 + \binom{7}{2}$$

تعداد  $z$ ها

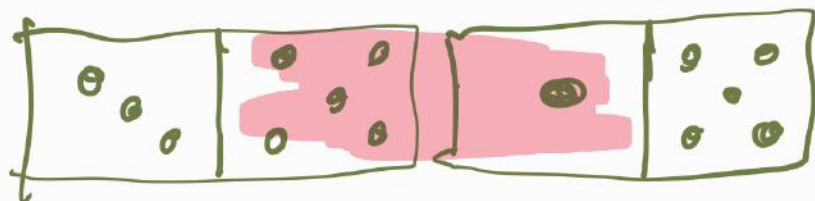
$$= 7 + 21 = 28$$

شرط بازی : دو میوه‌ها به ترتیب درید



ردیف کن ، هم قراری نگیرند . به سترجی دو  
دو میوه می توانست کنار هم قرار گیرند که تعداد  
حال های دو خانه مجاور از این دو دو میوه

با هم برابرند.



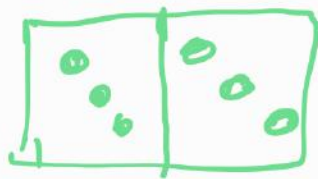
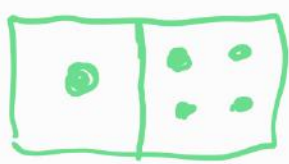
X

مسئله به چند طریق می‌توان دو دوسه

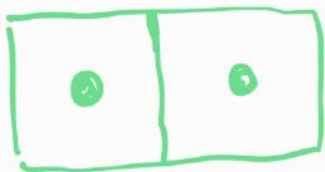
از یک دست کامل دوسه انتخاب کرد

به طوری که نتوان آنها را طبق قواعد بازی

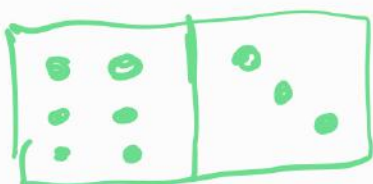
که بهم قرار داد ؟



مسئله ✓



X



X



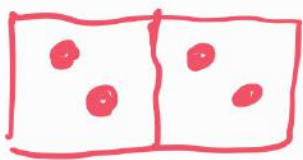
راه حل اگر دو دوست را نتوانیم کنار هم

قرار دهیم، تعداد خال های ۴ مربع این دو

دوست یا ۴ عدد مختلف اند یا ۳ عدد مختلف اند

یا ۲ عدد مختلف اند.

حالت اول. ۲ عدد مختلف



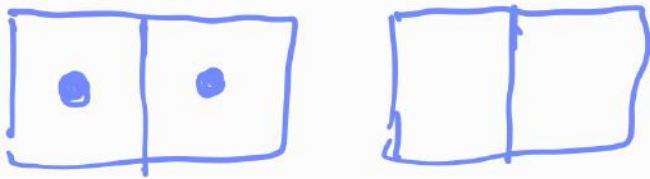
به  $\binom{7}{2}$  طریق می توانیم این دو عدد را

انتخاب کنیم. مثلاً اگر نوز را انتخاب کرده

باشیم باید در میزهای (۱۰) و (۱۱) بایستیم

راستی - كنم .

حالت دم . ۳ عدد مختلف



در این حالت دو تا از ۴ خانه عدد یک ن  
دارند و این دو خانه باید به یک دو میو ملوک  
داسه باشند (والا تو در میز ما تو الله کن هم

قرار گیرند .

$$b \neq a, c \neq a, b \neq c$$

در این حالت

$(a, a)$

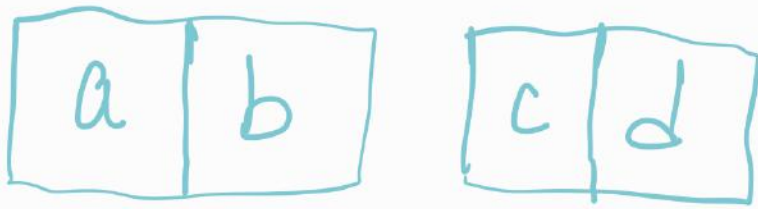
$(b, c)$

$$7 \times \binom{4}{2}$$

۲

طریق می‌توانیم در دومی را انتخاب کنیم

حالت سوم. ۲ عدد مختلف



در این حالت به  $\binom{4}{2}$  طریق می‌توانیم

اعداد ۲ خانه را معطر کنیم و سپس از آن

۳ طریق می‌توانیم دو دومی را معطر

کنیم

(a b)

(a c)

(a d)

(c d)

(b d)

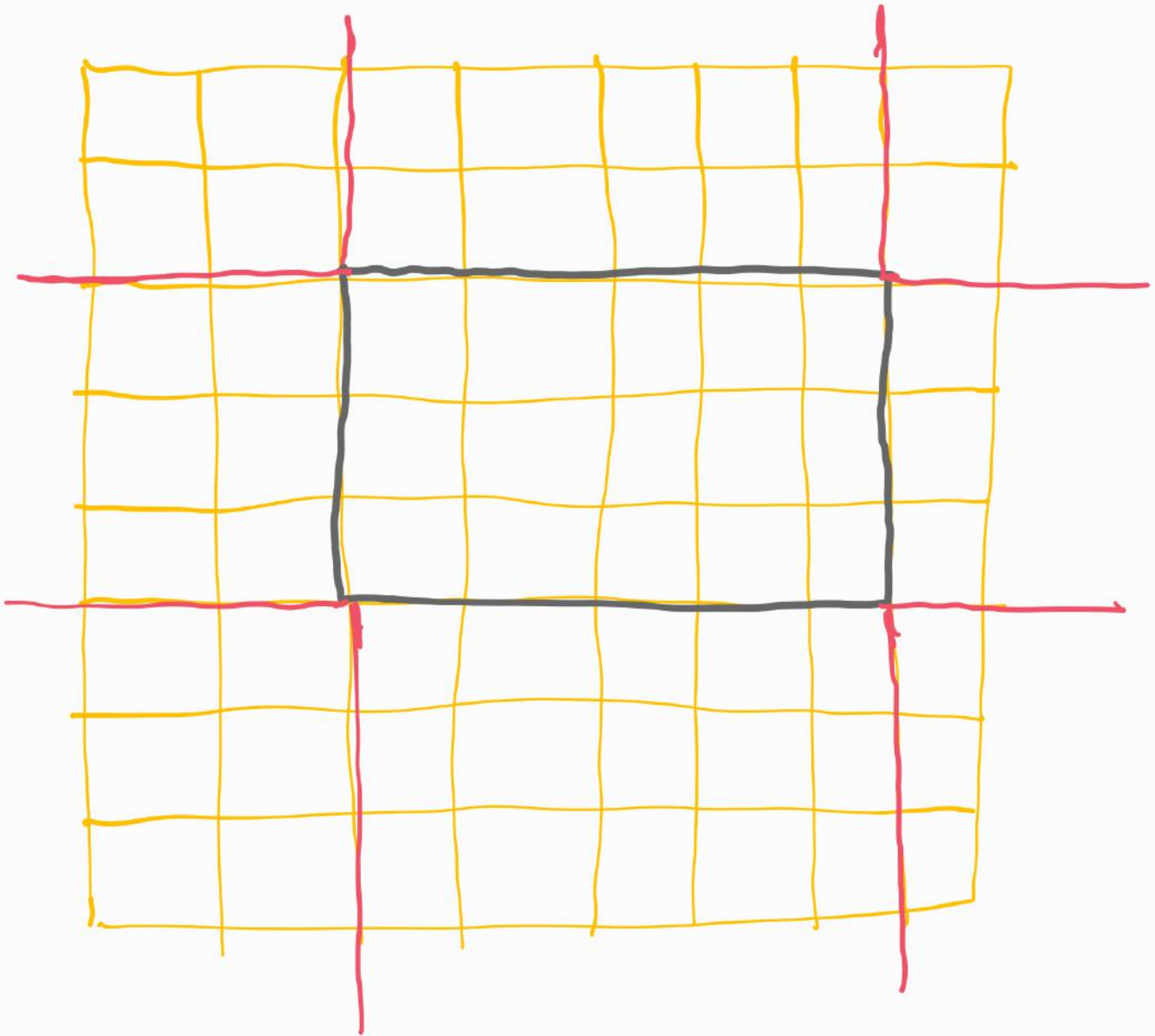
(b c)

سپڙي دري حالت ۾  $3 \times \binom{7}{4}$  طريقو

هي ٿي سگهن ٿا. ٻي صورت ۾ ائين ٿي سگهن ٿا.

$$\text{جواب} = \binom{7}{2} + 7 \binom{4}{2} + 3 \binom{7}{4}$$

\* مقدار مستطیل‌های صغریه‌نمایی



اصلاح افقی

اصلاح عمودی

---

$$\binom{9}{2}$$

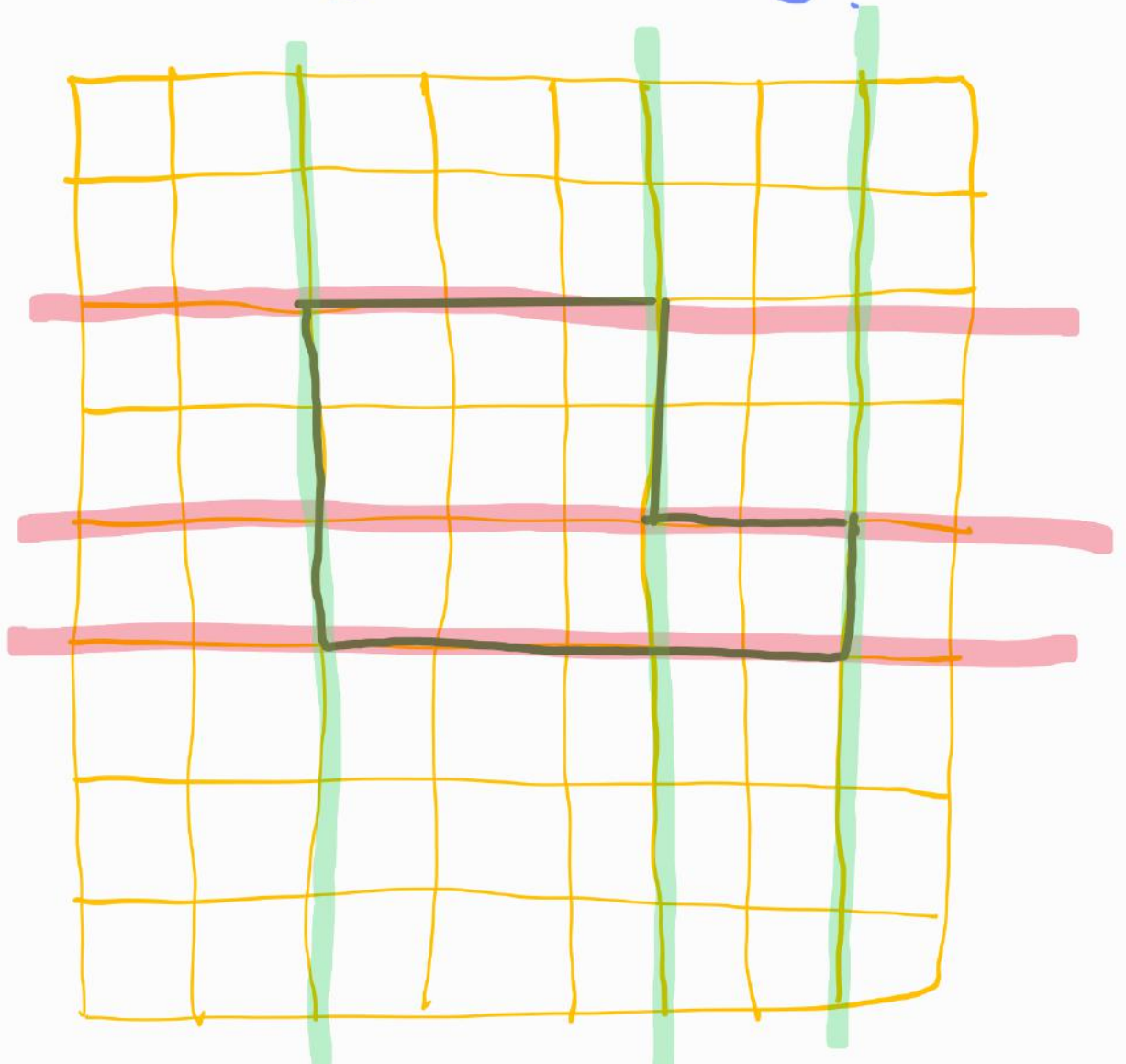
$\times$

---

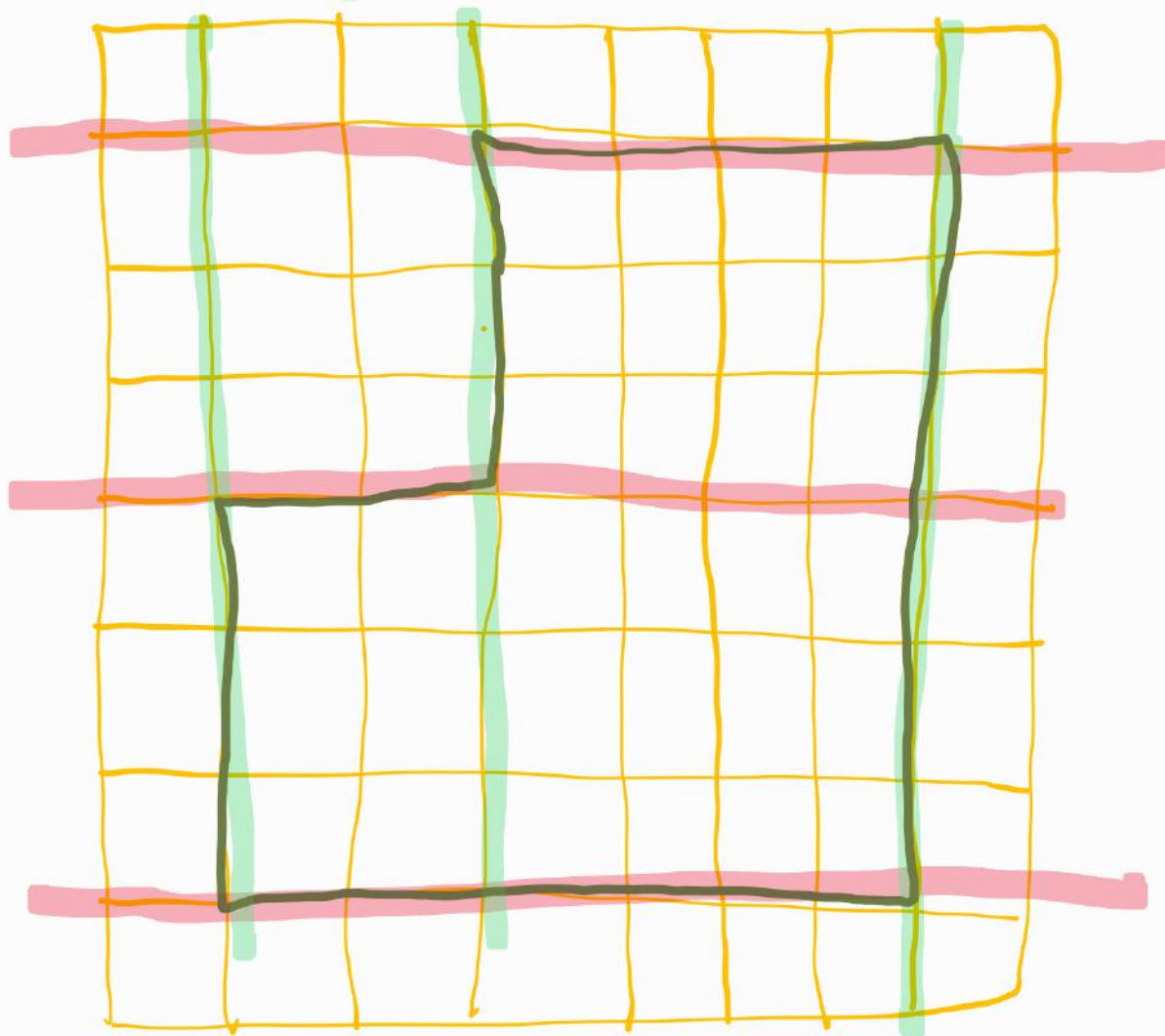
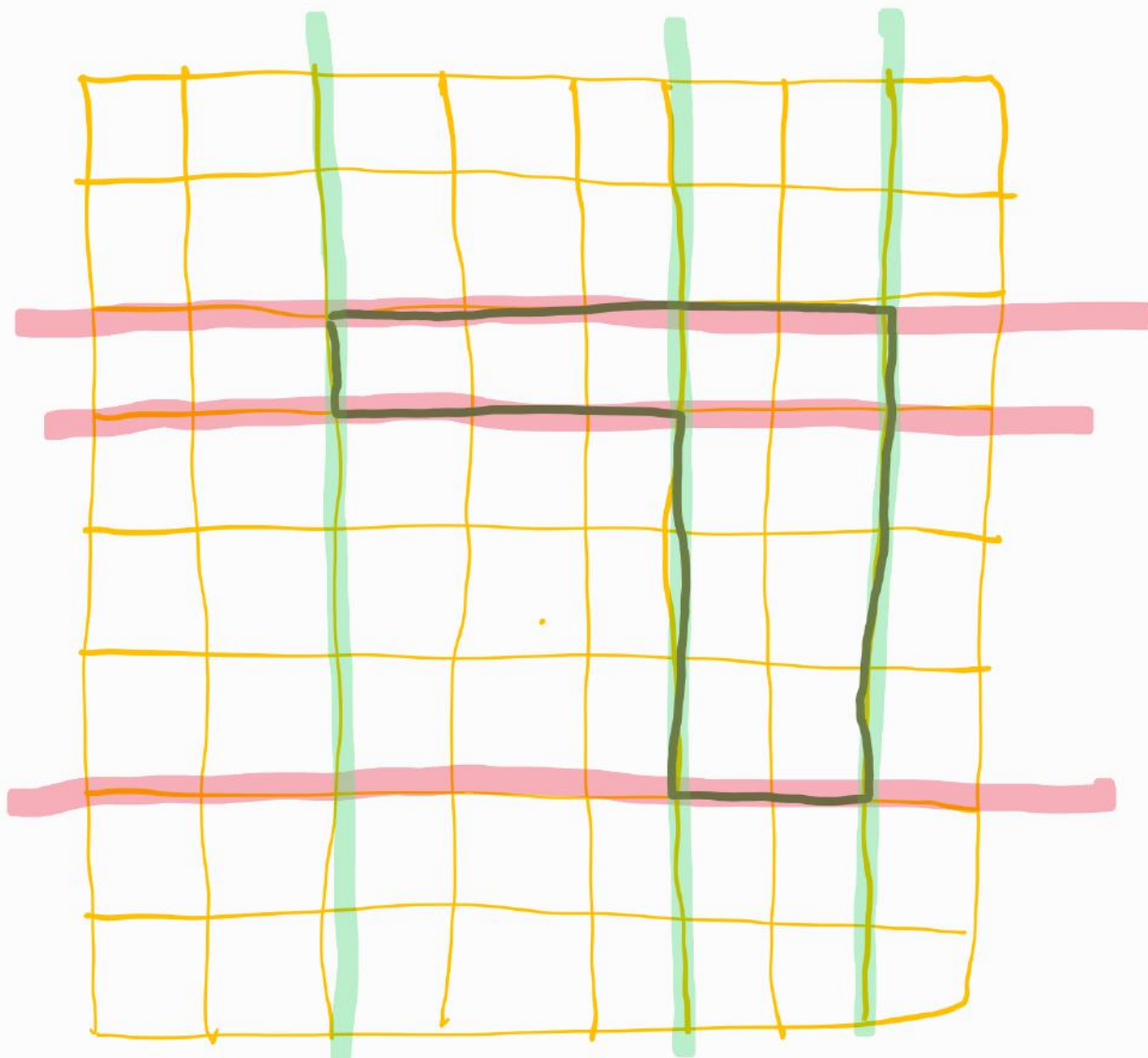
$$\binom{9}{2}$$

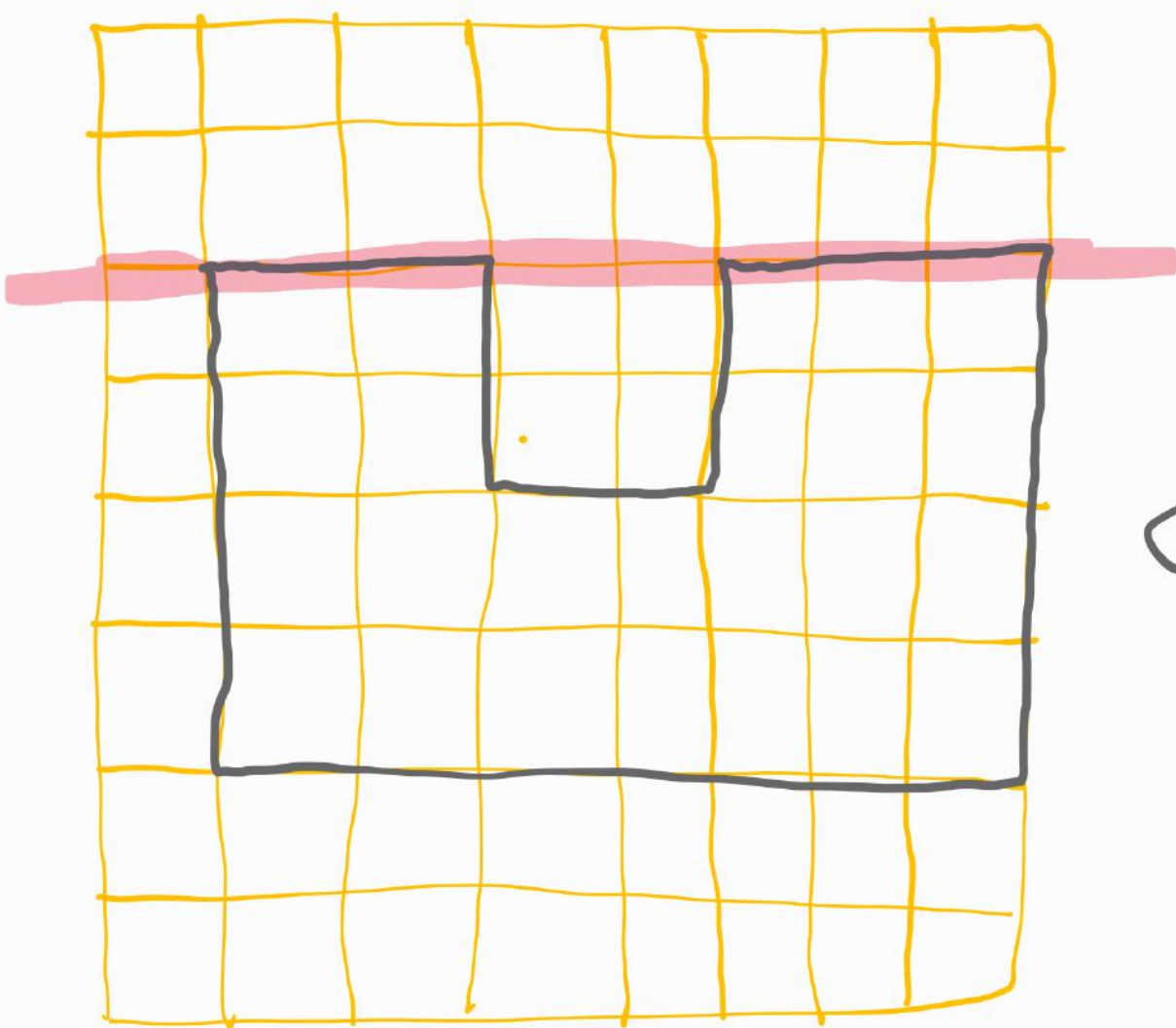


مسئله به چند طریق می توان یک شش ضلعی  
مستطی از یک جدول  $8 \times 8$  جدا کرد ؟  
پیش ها باید از ردی اصلاح مربع های واحد اینم  
شوند. صفحات مشابه هم که از جانبها های  
مختلف بریده می شوند میانه به جانب می آیند.









اصلي

راه حل یک ست صلعی طرحی ۳ صلع

افقی و ۳ صلع عمودی دارد ، اصلاح افقی روی

به خط محلف از جدول زار دارند اصلاح

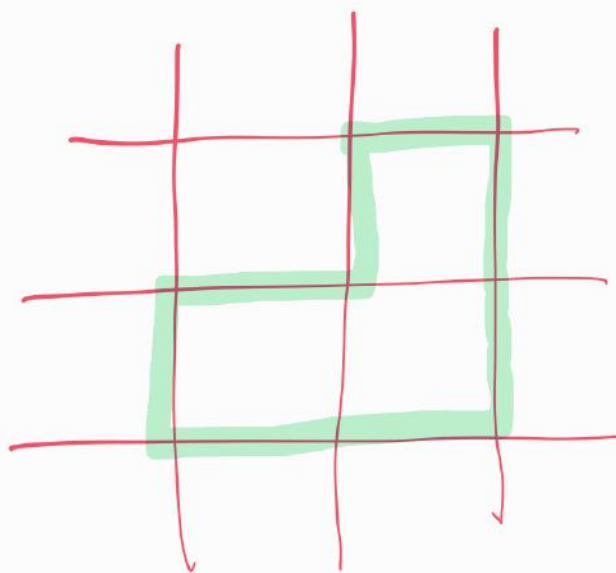
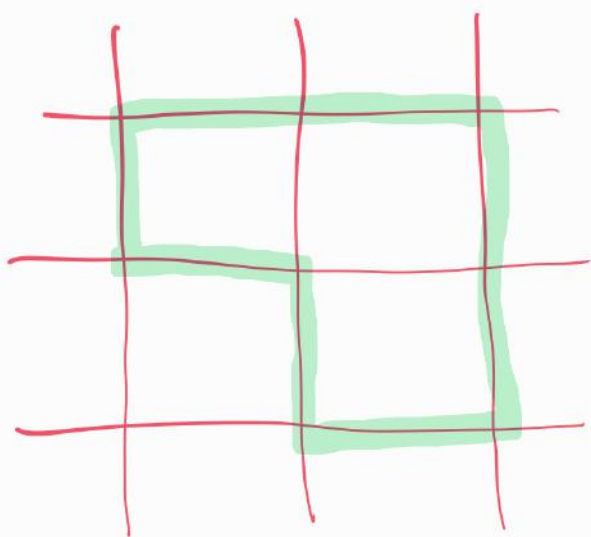
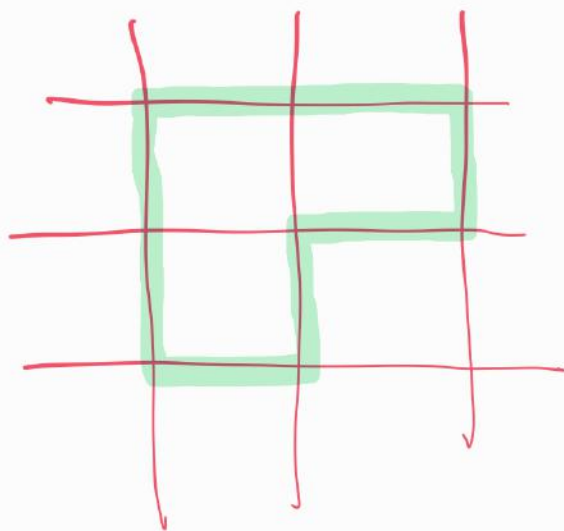
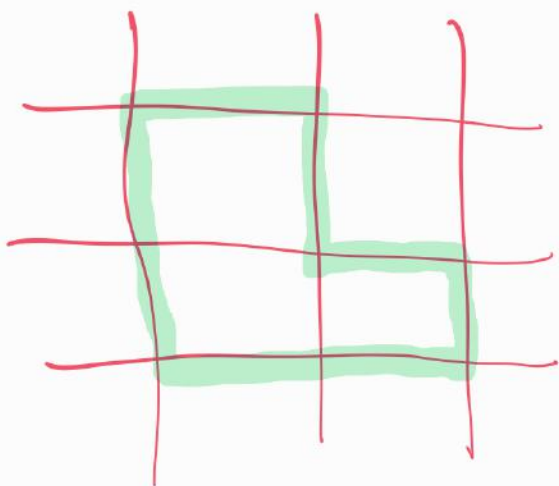
عمودی تر حسن طور

نیای این برای حسن ست صلعی طرحی

استرا به خط افقی و به خط عمودی از

جدول را انتخاب می کنیم . این کار را به

$(\begin{smallmatrix} 9 \\ 3 \end{smallmatrix}) \times (\begin{smallmatrix} 9 \\ 3 \end{smallmatrix})$  طریق می توانیم انجام دهیم .



پس از اینها - خطوط افقی و عمودی همانند شکل  
 : ۴ طریق می توانیم شش ضلعی را مشخص کنیم.

پ تعداد سز صافی‌های تخریبی فردل

$$۸ \times ۸ \text{ برابر } ۶ \times \binom{۹}{۳} \text{ است.}$$



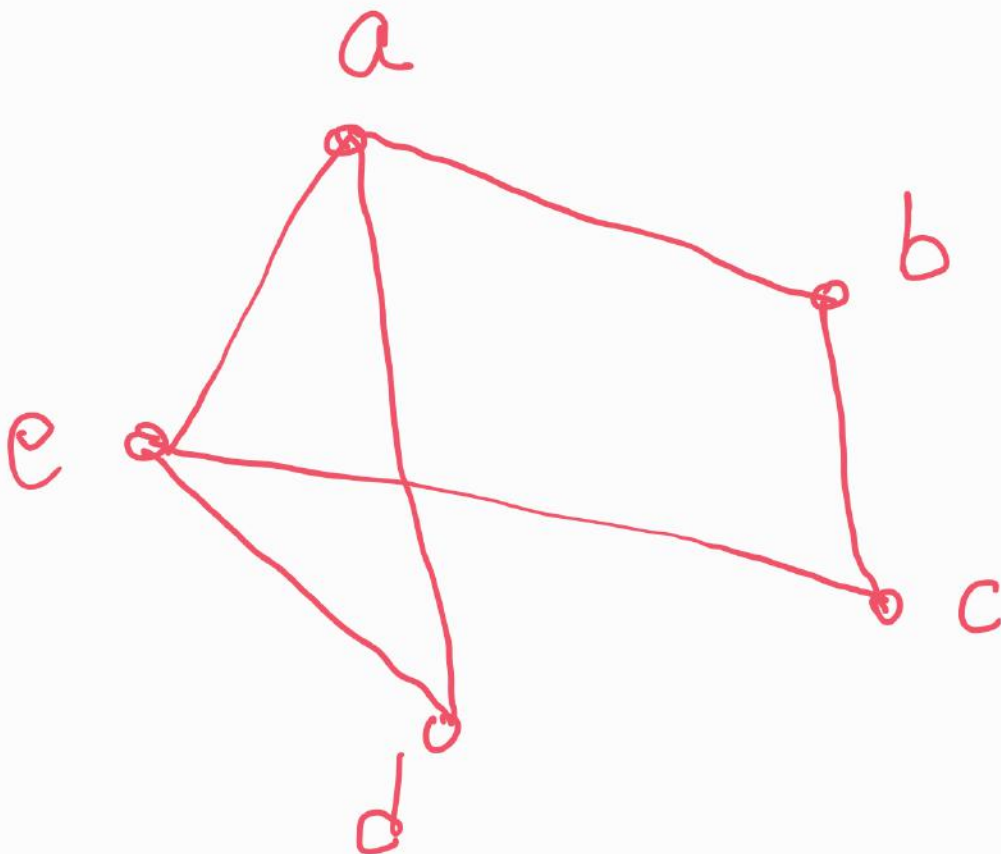
\* گراف مدلی برای نت دادن ارتباط

اعضای یک مجموعه

\* گراف از تعدادی رأس و تعدادی یال تشکیل

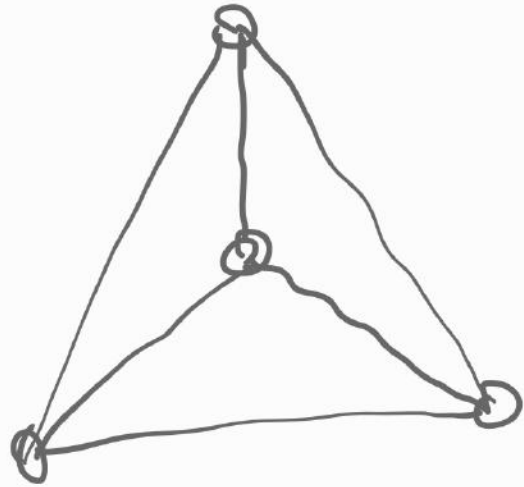
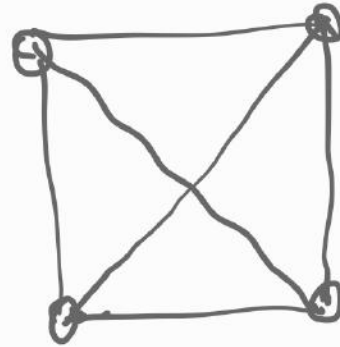
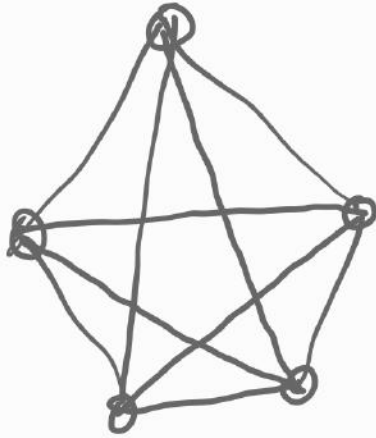
شده است.

مثال. دو سری سین چند نفر

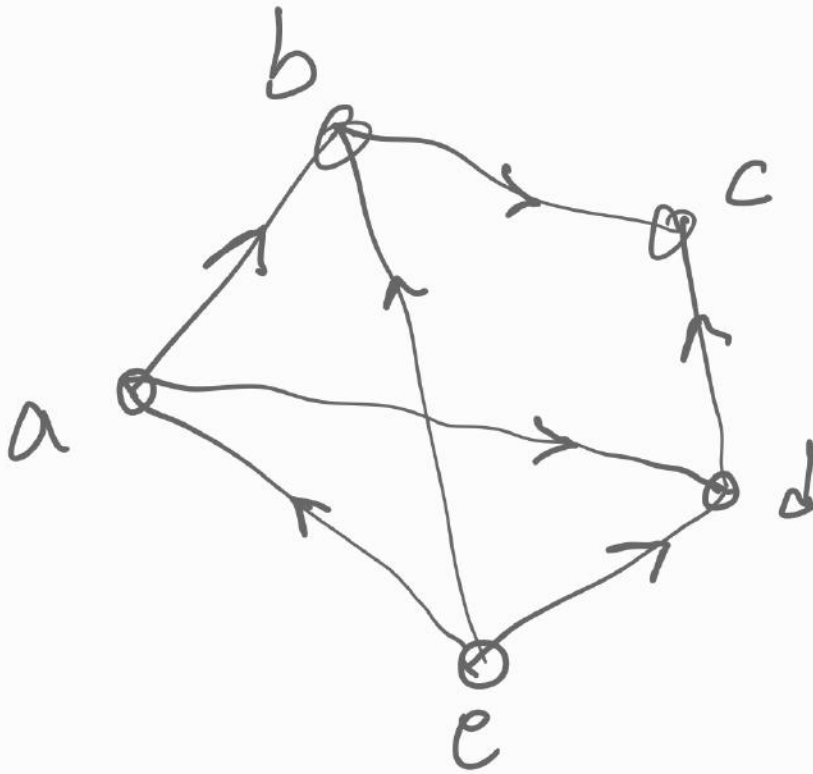


سرافت کامل : راجع کره دور انس آن

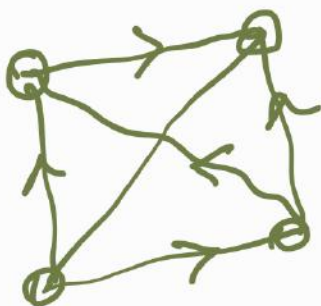
به هم وصل باشند



رابطه های یک طرفه را با نرابط های  
 محدد از مدل سازی می کنیم.



تورمشت: به نرابط کامل محدد از  
 تورمشت گفته می شود



مثلاً ۲۱ فقره در یک تورنمنت استخراج

شرکت کرده اند. هر دو فقره یک بار با هم مبالغه

داده اند و در هر مبالغه یک فقره پررنگ شده

(همچون بازی ای مادی شده).

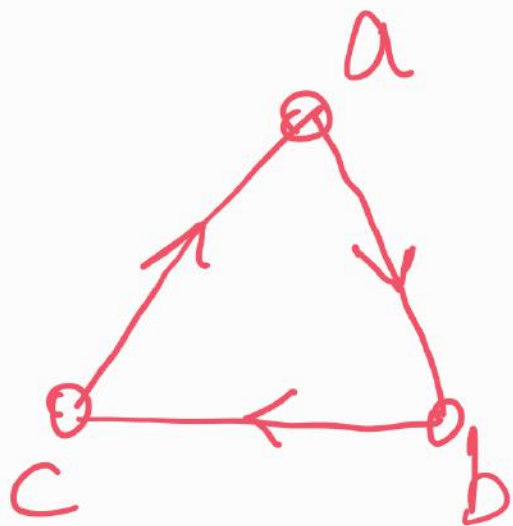
در پایان معلوم شد که هر نفر ۱۰ ایراد و مبالغه

داشته است.

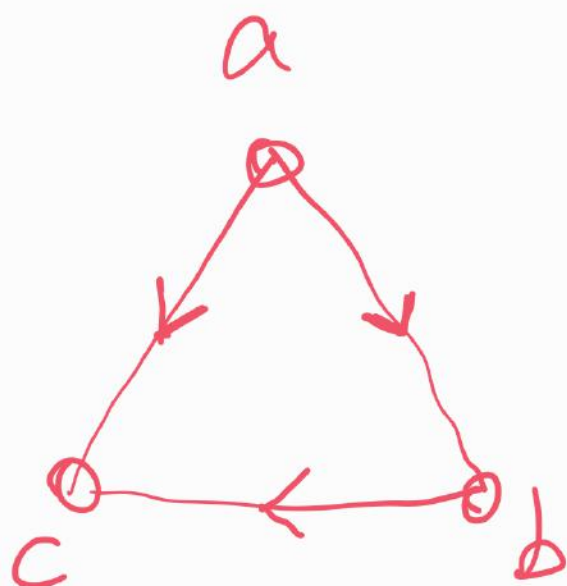
به چند طریق میتوان به تفراسات رسید

طوری که در سن بازیها مابین این ۳ فقره

کدام یک برادری باعث داشته باشند؟



✓



✗

دو نوع سے آئی دارم کہ مکی مطلوب و  
مکی نامطلوب است۔



راه حل. مقدار کل راه های ایستای - ۳۲ نفر

برابر  $\binom{21}{3}$  است - برای شمارش مقدار

سه تایی های نامطلوب : صورت زیر

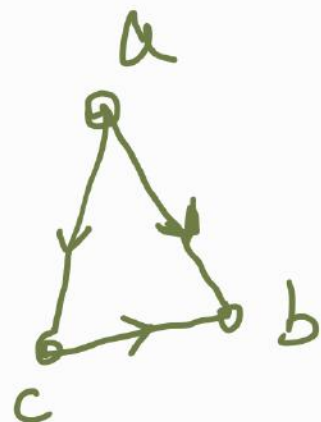
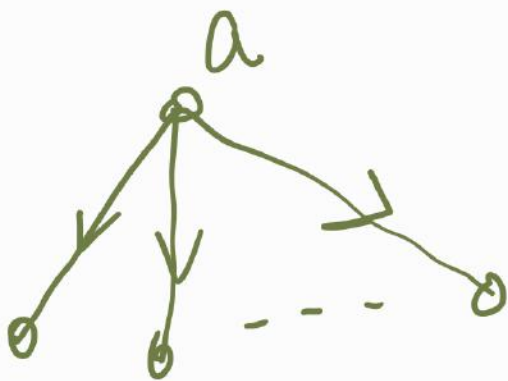
محاسبه کنیم :

بازگشتی برنده

۲۱ ×

دو بازگشتی دستگیر

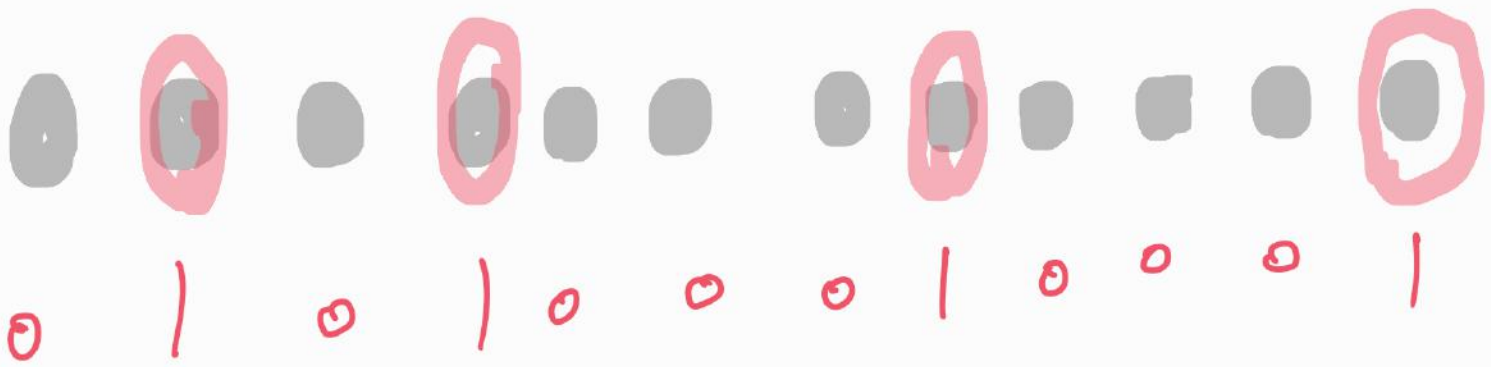
$\binom{10}{2}$



$$\text{جواب} = \begin{pmatrix} 21 \\ 3 \end{pmatrix} - 21 \begin{pmatrix} 15 \\ 2 \end{pmatrix}$$

مثله ۱۲ نفر در یک ردیف ایستاده اند.

به چند طریق می توان ۵ تا از این افراد را انتخاب کرد به طوری که هیچ دو نفر مجاور یکدیگر نباشند؟



که ۱۲ رقمی با ۵ رقم ۱ و ۷ رقم صفر

به طوری که هیچ دو رقم مجاور نباشند

1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1

$$J = \binom{9}{1}$$