

ترکیب

به هر انتخاب (غیر صریح) r سی، از

n سی، یک ترکیب r سی، از این n سی،

کفیه می شود.

تعداد ترکیب های r سی، از n سی،

متناظر با $\binom{n}{r}$ یا $C(n, r)$ شدن

می رهم

در واقع $\binom{n}{r}$ برابر تعداد زیر مجموعه های

r عضوی از یک مجموعه n عضوی است

مثال. هر یک از

$\{a, b, c\}$ $\{a, b, e\}$ $\{b, c, e\}$

یک ترکیب ۳ عضی از ۵ عضی،

a, b, c, d, e

است.

توجه کنید که $\{a, b, c\} = \{a, c, b\}$

ارتباط $P(n, r)$ و $\binom{n}{r}$

a, b, c, d, e

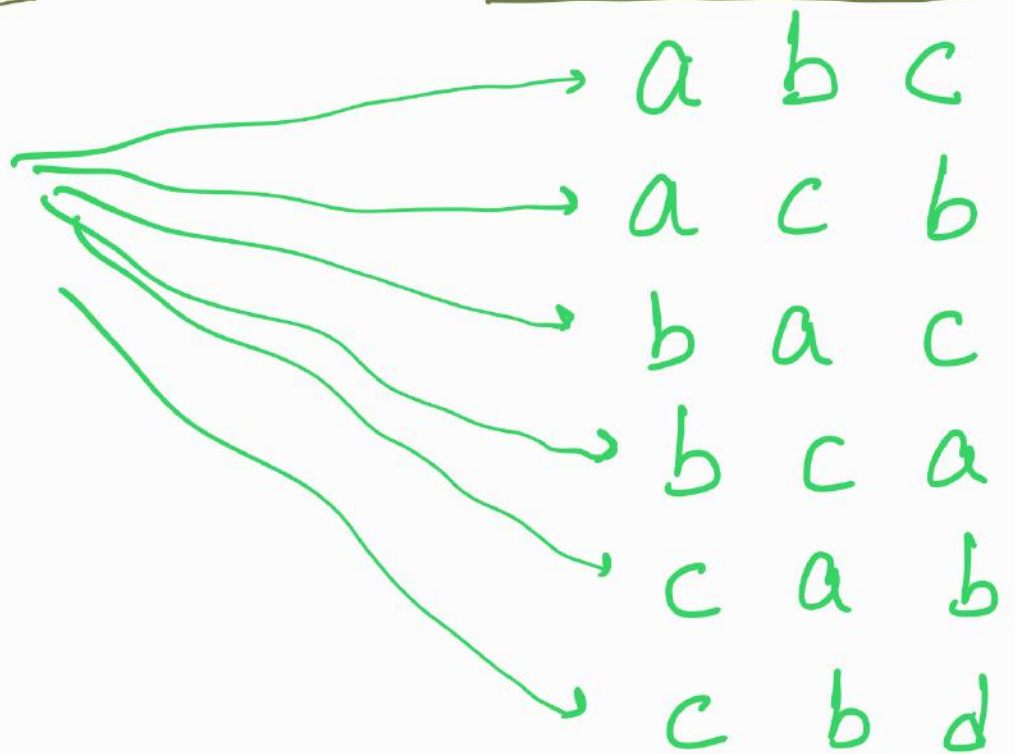
مسلک ۵ می

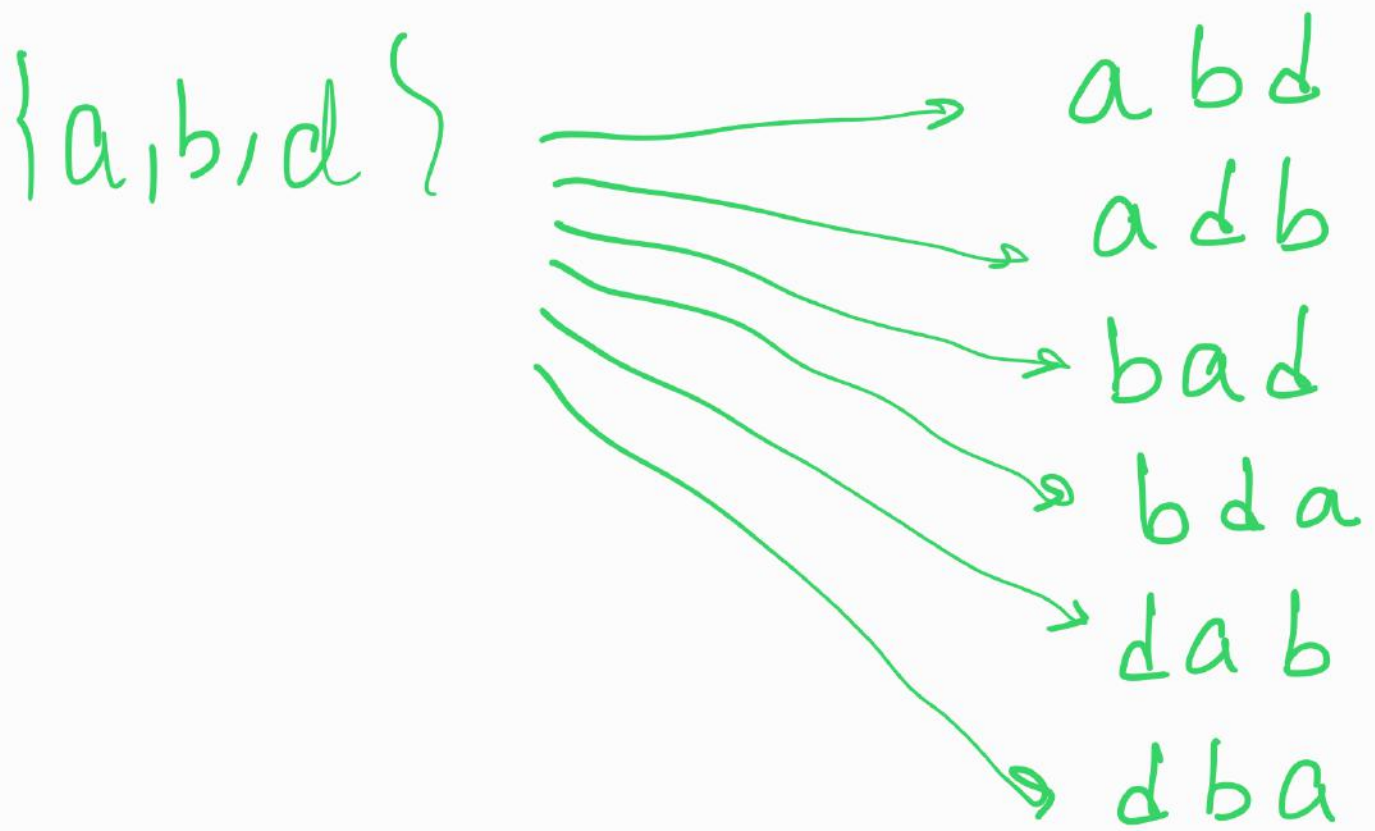
رادر نظر گیر

ترکیب ۳ تایی

جایگزینی ۳ تایی

$\{a, b, c\}$





تعداد جایگشت‌های ۳ سر در ۵ میز

۳ برابر تعداد ترکیب‌های ۳ سر در ۵

۵ میز و میزبان است. بنابراین

$$P(5, 3) = 3! \binom{5}{3}$$

بہ طور کلی

$$P(n, r) = r! \cdot \binom{n}{r}$$

بالتوڑم بہ اسن ر

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

نتیجہ عمائیکرلم

قصہ

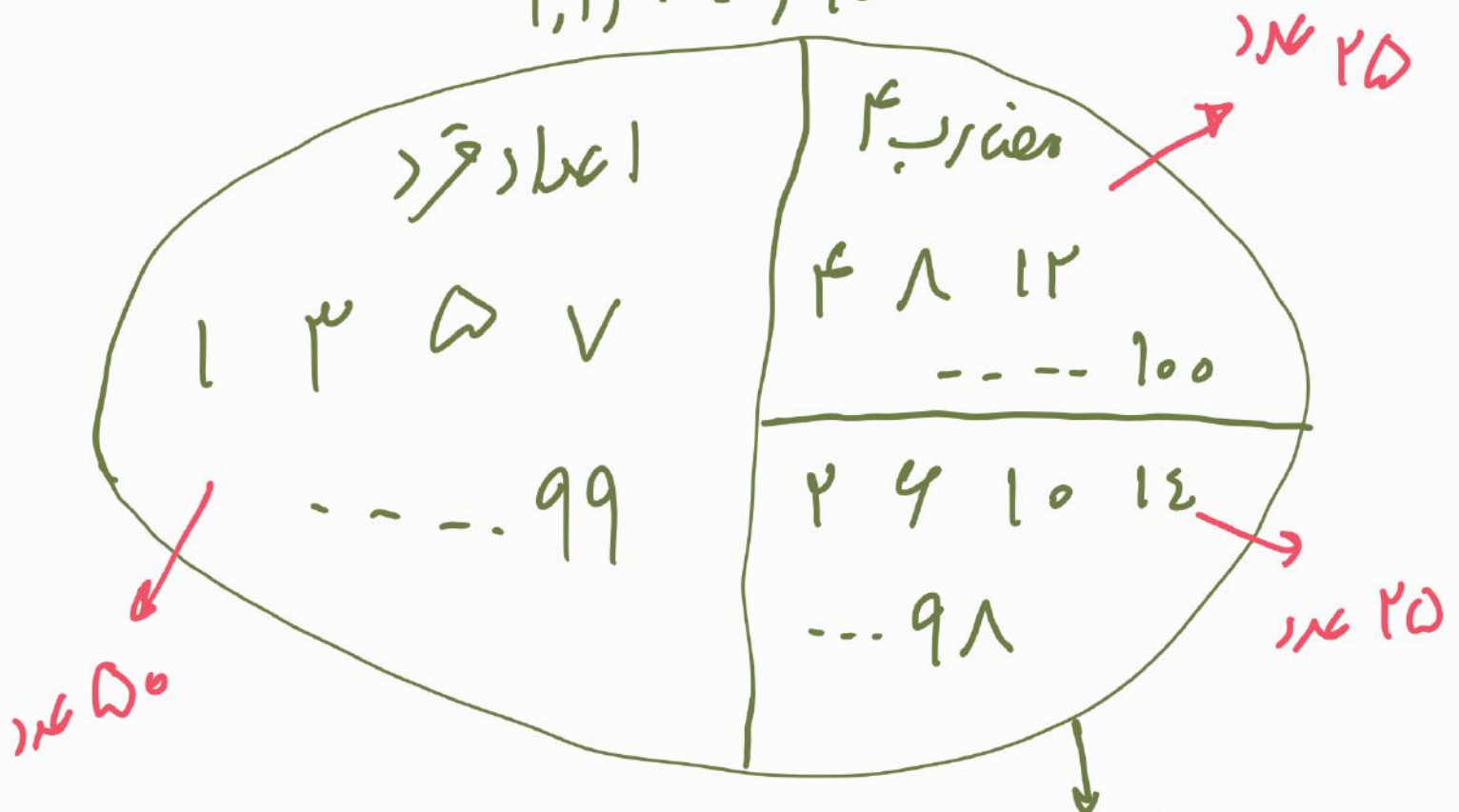
$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r! \times (n-r)!}$$

مثلاً بہ چند طریق می توان سه عدد از
مجموعه $\{1, 2, \dots, 100\}$ انتخاب کرد به طوری
که حاصل ضرب آنها بر ۵ بخش پذیر باشد؟

مثلاً.	X	۱۰، ۵، ۱
	✓	۱۲، ۵، ۱
	X	۱۵، ۵، ۳
	✓	۱۳، ۹، ۲

روش اول روش مستقیم

۱۰۰، ...، ۲، ۱



اعداد زوجی که مضرب ۴ نیستند

$$۴k+۲ = ۲(۲k+۱)$$

حالت اول. هر عدد ایسا به بزرگ زوج باشد.

در این حالت به (۳) طریق می توانیم
۳ عدد را ایسا بکنیم.

حالت دوم. دوتا از اعداد ایسا — رتبه زوج
و یکی فرد باشند.

در این حالت به $\binom{50}{1} \times \binom{50}{2}$ طریق

می توانیم ۳ عدد را ایسا — کنیم.

حالت سوم. یکی از اعداد ایسا — رتبه مفرد
۲ باشند و دو عدد دیگر فرد باشند.

در این حالت به $\binom{50}{2} \binom{25}{1}$ طریق

می توانیم ۳ عدد را ایسا — کنیم.

$$\text{جواب} = \binom{50}{\mu} + \binom{50}{\nu} \binom{50}{1}$$

$$+ \binom{25}{1} \binom{50}{\nu}$$

روسی درم روسی مستم

کل حالت ها : $\binom{100}{3}$

حالت های نامطلوب

حالت اول. هر ۳ عدد انتخاب شده فرد باشند

در این حالت - $\binom{50}{3}$ طریق می توانیم

۳ عدد را انتخاب کنیم.

حالت دوم. دو تا از اعداد انتخاب شده

فرد باشند و یکی به فرم $2k+1$ باشد.

در این حالت به $\binom{25}{1} \binom{50}{2}$ طریق

می توانیم ۳ عدد را انتخاب کنیم.

$$\text{جواب} = \binom{100}{3} - \left[\binom{50}{3} + \binom{50}{2} \binom{25}{1} \right]$$

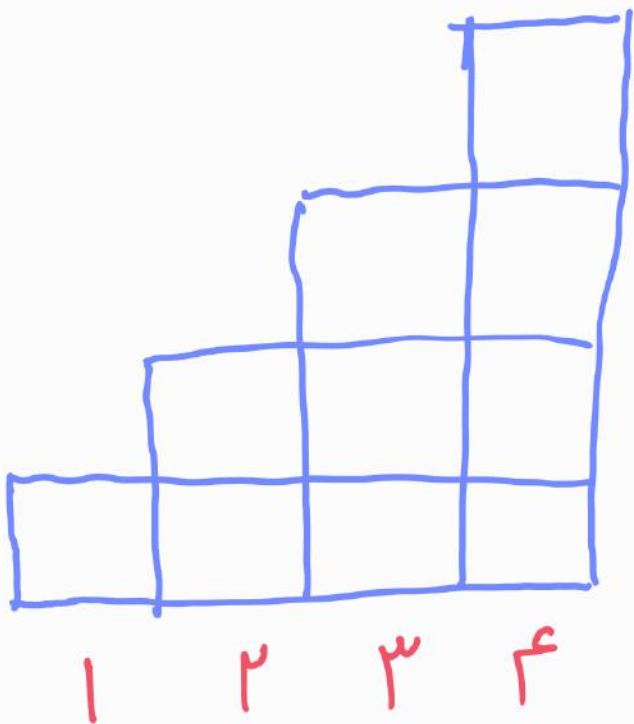
مثله به چند طریق می توان اعداد ۱ تا ۱۰

را در خانه های شکل زیر قرار داد که تونه ای که

از A، B، C و D به ترتیب بزرگترین

عدد ستون های اول، دوم، سوم و چهارم

باشند، آنگاه $A < B < C < D$ ؟



مثال

			۱
		۹	۷
	۳	۵	۱۰
۴	۶	۸	۲
۱	۲	۳	۴

راه حل

سویں چھانم:

$$\frac{10}{4} \times \frac{\text{سہ خانہ دلیٹر}}{P(9, 3)}$$

$$= \binom{9}{3} \times 5!$$

ستون سوم :

بزرگترین عدد طبیعی

دو خانه دیگر

$${}^3 P(5, 2)$$

$$= {}^5 P_2 \times 3!$$

ستون دوم :

$${}^2 P_1 \times 2!$$

ستون اول :

۱

$$\text{جواب} = {}^9 P_3 \times 4! \times {}^5 P_2 \times 3! \times {}^2 P_1 \times 2!$$

مثله به چند طریق می توانیم زیر مجموعه های

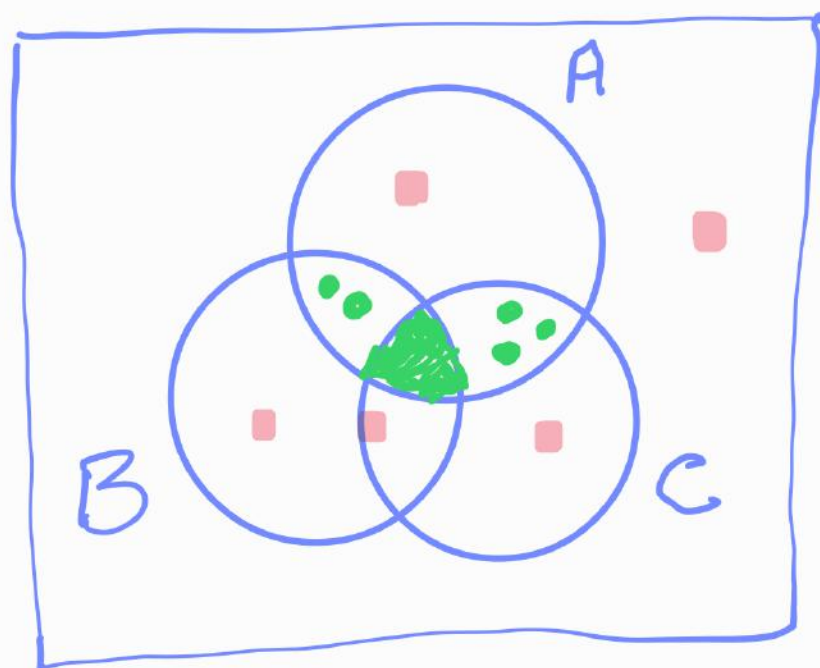
A, B و C از مجموعه ۱۵ عضوی X را

انتخاب کردیم طوری که $A \cap B \cap C = \emptyset$

و تعداد اعضای $A \cap B$ و $A \cap C$ برابر است

برابر ۲ و ۳ باشد؟

X



راه حل

$$\frac{A, B}{\binom{15}{2}}$$

$\times$

$$\frac{A, C}{\binom{13}{3}}$$

$\times$

$$\frac{10 \text{ عضو باقی مانده}}{5^{10}}$$

مثال هر خانه از یک جدول 7×7

(۴ سطر و ۷ ستون) با یک یکی از عددهای ۰ و ۱

پر شده است. فرض کنید A, B, C و D

بترتیب حاصل ضرب عددها در سطرها

اول، دوم، سوم و چهارم باشند درصورتی

حالت $A+B+C+D$ عددی زوج

است؟

۱	۱	۰	۰	۰	۱	۰
۰	۱	۱	۱	۰	۰	۰
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۰	۰	۱	۰	۱	۰	۰

$$A = 0$$

$$B = 0$$

$$C = 1$$

$$D = 0$$

مثال.

X

هر یک از A ، B ، C و D برابر هفت

یا یک است. در صورتی $A+B+C+D$

عددی زوج است که یا هفت، عدد

A ، B ، C و D برابر هفت باشند یا هفت، یا

برابر یک باشند یا دو تا برابر هفت و دو تا برابر

یک باشند.

راه حل

حالت اول. همتی A ، B ، C و D برابر

یک باشند.

۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱

در این حالت کل جدول
باید با عدد یک پر شده
باشد، پس فقط یک

طریق می توانیم جدول را پر کنیم.

حالت دوم. هلی A، B، C و D برابر صفر
باشند.

در این حالت در هر
سطر حداقل یک عدد
صفر، به وجود داشته
باشد.

$$\frac{\text{طرح چهارم}}{\text{طرح سوم}} \times \frac{\text{طرح دوم}}{\text{طرح اول}} = (2^v - 1) \times (2^v - 1) \times (2^v - 1) \times (2^v - 1)$$

پس در این حالت: $(2^v - 1)^4$ طریق می توانیم

جدول را پر کنیم.

حالت سوم. دریا از A, B, C, D

برابر صف و دریا برابر یک باشند

$$A = 1$$

$$B = 0$$

$$C = 0$$

$$D = 1$$

معین کردن مهره
سین A, B, C, D

دو مهره

دو مهره

$$\binom{4}{2}$$

$$\times (2^4 - 1)^2 \times 1^2$$

در این حالت به $\binom{4}{2} \times (2^4 - 1)^2$ طریق

می توانیم جدول را پر کنیم.

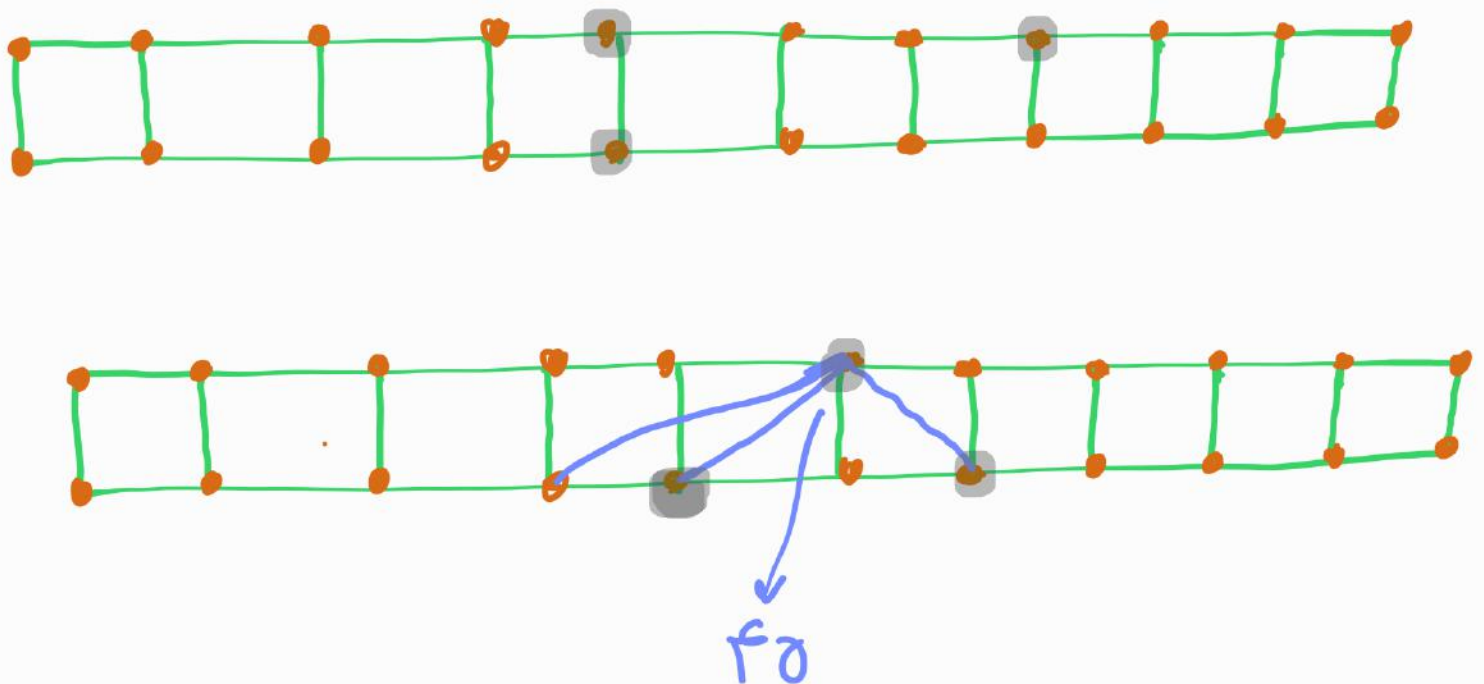
$$\text{جواب} = 1 + (2^4 - 1)^4 + \binom{4}{2} (2^4 - 1)^2$$

مسئله به چند طریقی می‌توان به تراز

رأسی‌های مربع‌های واحد یک جدول 1×10
را ابتدا به کرد، طوری که شکل مثلثی

فانم الزامی برهزند؟

مثال.



راه حل

حالت اول. دو نقطه از یک خط عمودی
است. - کسر.

$$\frac{\text{است. - خط عمودی}}{\binom{11}{1}} \times \frac{\text{است. - نقطه سوم}}{\binom{20}{1}}$$

$$= \frac{\text{است. - دو خط عمودی}}{\binom{11}{2}} \times \frac{\text{است. - ۳ نقطه}}{\binom{4}{3}}$$



حالت دوم سه صفحه از سه فطعمه ای

محلث ای - سه شوند.

در این حالت کافن است لعمه وسط را

ای - کش و دقت رتیر؛ کور لایه سفین

می شوند. این سه را ۱۸ طریق می توانم

ای - کش.

$$18 + \binom{4}{3} \binom{11}{2} = \text{جواب}$$

مثلاً به چند طریق می توان ۵ مهره آبی و

۷ مهره قرمز را در یک ردیف قرار داد؟

راه حل



$$\frac{\text{قرمز}}{\binom{12}{7}} \times \frac{\text{آبی}}{\binom{5}{5}} = \binom{12}{7}$$

در چند حالت می‌توان در سوره آبی ایجاد کنیم؟



ابتدا ۵ سوره قرمز را در این ردیف قرار می‌دهیم.

پس ۵ سوره آبی را در ۵ مکان از ۸ مکان

خالی ایجاد شده قرار می‌دهیم.

$$\text{جواب} = \binom{8}{5}$$

در چند حالت هیچ دوسره آبی چهار نفر
و در همی هوسره قرمز حداقل یک هوسره آبی
چهار است؟



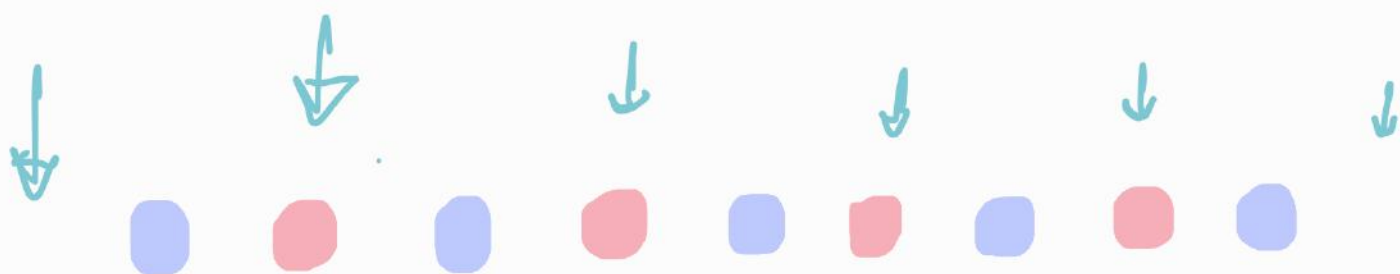
راه حل. ابتدا ۵ هوسره آبی را در یک ردیف

قرار می دهیم



چون هیچ دو صوره آبی نباید مجاور باشند پس
سین هوشو آبی حداقل یک صوره قرمز باید قرار

داشته باشد



به صوره قرمز با معنی می مانند. این به صوره

در ۳ تا از ۴ حصای ایجاد شده توسط

صوره های آبی باید قرار گیرند.

$$\text{جواب} = \binom{4}{3}$$

